

# 基于无量纲的轨道参数开展卫星性质统计研究\*

王吉绯 王炜<sup>†</sup>

(中国科学院国家天文台光学天文重点实验室 北京 100101)

**摘要** 目前已发现了285颗围绕太阳系八大行星公转的卫星, 它们的轨道和物理性质呈现了丰富多样性. 目前为止, 几乎所有的卫星研究工作都基于单个卫星系统或者卫星群, 似乎缺少统一的研究. 提出了一个新的与行星性质无关、只与恒星半径有关的轨道参数 $n$ , 定义为以太阳半径为单位的轨道半长轴的自然对数. 不同行星的卫星的 $n$ 值都存在两极分布, 绝大部分卫星在 $n \gtrsim 2$ 区间, 其次在 $n \lesssim -1$ 区间, 位于中间区域的行星则很少. 从卫星物理参数和轨道参数与 $n$ 的关系中发现, 分属六大行星的卫星有明显的共同特征. 首先, 轨道偏心率和轨道倾角偏大的卫星的 $n$ 值都在3.5左右, 它们都是巨行星的不规则卫星. 其次,  $n$ 值在-1和1之间的卫星绝大部分体积大、质量大、反照率高、自转速度慢. 从文献中找到11颗系外卫星候选体, 获得了它们轨道 $n$ 值和卫星质量, 发现后者也是在 $-1 < n < 1$ 区间最大, 其他区间偏小. 这些统一的规律暗示, 太阳系内不同行星的卫星形成机制以及太阳系外卫星的形成机制可能一样或类似.

**关键词** 行星和卫星: 基本参数, 行星和卫星: 形成, 行星和卫星: 动力学演化和稳定性, 原行星盘, 太阳系外卫星  
**中图分类号**: P185; **文献标识码**: A

## 1 引言

天然卫星(natural satellite)一般是指围绕行星、矮行星或小行星按闭合轨道做周期性运行的天体, 后文简称卫星. 截至2023年7月, 太阳系行星已知卫星有285颗, 矮行星卫星9颗, 小行星卫星378颗, 外太阳系天体(也称为海王星外天体)卫星119颗<sup>1</sup>. 太阳系巨行星的质量通常至少是其卫星的10000倍左右, 直径也相应大得多<sup>[1]</sup>, 而对于类地行星、矮行星和小行星系统, 它们与卫星在质量方面不存在量级的差别. 比如冥卫一直径是冥王星的一半, 质量则是其1/8; 著名小行星90 Antiope由两个几乎相同大小的小行星组成, 平均直径分别约为88 km和84 km, 均位列500颗最大小行星之列.

太阳系八大行星中, 卫星数量分布非常不均衡: 水星和金星都是0颗, 地球1颗、火星2颗、木星95颗、土星146颗、天王星27颗、海王星14颗. 这些卫星性质迥异: 最大的比行星大, 最小的平均直径不足0.3 km; 有达到流体静力平衡呈球形的, 也有奇形怪状的; 有潮汐锁定的, 也有位居拉格朗日点成为特洛伊卫星的; 有的是规则卫星, 具有较小顺行圆形轨道和较低倾角, 可能是在早期环行星气体和尘埃盘中形成的; 有的是不规则卫星, 具有较大轨道倾角和偏心率, 或顺行或逆行, 可能是被巨行星捕获的.

总之, 这些卫星存在明显的差异. 它们的差异显然与其形成地点、环境、时间以及动力学演化

2023-10-07收到原稿, 2023-12-11收到修改稿

\*国家自然科学基金项目(11988101, 42075123)资助

<sup>†</sup>wangw@nao.cas.cn

<sup>1</sup><https://www.johnstonsarchive.net/astro/sslistnew.html>

有关. 值得思考的是, 太阳在太阳系范围内引力场中占据绝对主导地位, 这些围绕太阳系不同行星的卫星是否有一些共性特征? 如果有的话, 是什么原因导致的? 它们与太阳系外卫星是否有不同? 目前为止, 似乎并没有针对上述问题的系统研究.

本文尝试跨越行星系统, 从整体层面研究太阳系所有行星卫星的共同特征和规律. 计算和讨论涉及的数据包括太阳、太阳系行星和行星天然卫星的物理参数和轨道动力学参数, 它们分别来自于文献[2], 美国航空航天局(NASA)的在线数据库<sup>2</sup>以及Johnston收集整理的在线数据库<sup>3,4</sup>. 本文只研究行星的卫星, 因为大部分矮行星和小行星的卫星的物理参数(质量、体积等)和轨道参数(轨道半长轴、偏心率等)缺少较为精确的测量值.

## 2 卫星轨道的稳定区域及分区现象

卫星围绕行星公转, 其半长轴上限是行星希尔球(Hill Sphere)半径<sup>[3]</sup>. 在此半径内, 行星的引力占据更为重要的地位, 即卫星受到来自行星的引力大于来自恒星的引力, 二者之差提供用于平衡卫星公转离心力的向心力. 据此, 希尔半径

$$R_H = a_p(1 - e_p) \left[ \frac{m_p}{3(M + m_p)} \right]^{1/3},$$

其中 $M$ 为太阳质量,  $m_p$ 为行星质量,  $a_p$ 和 $e_p$ 分别为行星围绕太阳公转轨道半长轴和偏心率. 据统计分析, 卫星实际轨道稳定范围通常是希尔半径的1/2或1/3, 其中逆行卫星的稳定范围相对更宽<sup>[4]</sup>. 另一方面, 卫星轨道也不能太短, 否则卫星会被行星潮汐力撕毁. 根据定义, 卫星自身引力与行星造成的潮汐力相等时的距离即为洛希半径, 因此有:

$$R_R = R_p \left( 2 \frac{\rho_p}{\rho_s} \right)^{1/3},$$

其中 $R_p$ 是行星半径,  $\rho_p$ 和 $\rho_s$ 分别是行星和卫星的密度. 假设卫星为刚体, 且密度与行星密度相同, 则 $R_R = 1.26R_p$ .

将太阳和行星的相关数据代入公式, 我们计算了各行星对应的希尔半径和洛希半径, 并列入表1中. 表中可见, 希尔半径基本随行星公转半长轴单调递增, 也受行星质量的微调. 由希尔半径公式可以理解, 行星公转半长轴越大, 其卫星受到太阳引力影响越小, 因此卫星轨道上限越大. 同样, 行星质量越大, 其引力影响范围越大, 也导致 $R_H$ 增加. 而卫星轨道下限主要受行星半径约束, 行星越大, 则行星卫星密度比越大, 所以洛希半径越大. 在密度相同情况下, 流体卫星比刚体卫星的洛希半径大80%左右.

表 1 太阳系有卫星行星的卫星轨道稳定区域估计

Table 1 The stable satellite orbit limits of the solar system planets with satellites

Parameter	Earth	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptune
$R_H/\text{km}$	1471530	982766	50554005	61626814	66785437	115041696
$R_H/R_\odot$	2.1152	1.4126	72.6664	88.5825	95.9975	165.3611
$\ln(R_H/R_\odot)$	0.7491	0.3455	4.2859	4.4839	4.5643	5.1081
$R_R/\text{km}$	8027	4271	88082	73368	31954	31022
$R_R/R_\odot$	0.0115	0.0061	0.1266	0.1055	0.0459	0.0446
$\ln(R_R/R_\odot)$	-4.4621	-5.0932	-2.0666	-2.2494	-3.0806	-3.1102

<sup>2</sup><https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/index.html>

<sup>3</sup>[https://www.johnstonsarchive.net/astro/solar\\_system\\_orb\\_dyn\\_data.html](https://www.johnstonsarchive.net/astro/solar_system_orb_dyn_data.html)

<sup>4</sup>[https://www.johnstonsarchive.net/astro/solar\\_system\\_phys\\_data.html](https://www.johnstonsarchive.net/astro/solar_system_phys_data.html)

为方便讨论, 本文定义  $n = \ln(a_s/R_\odot)$  为一个轨道参数, 其中  $a_s$  是卫星轨道半长轴,  $R_\odot$  是太阳半径. 巧合的是, 太阳系行星的最小洛希半径对应的  $n$  值为  $-5.1$ , 与最大希尔半径对应的  $n$  值  $5.1$  正好对称. 太阳系卫星分布的实际数据比理论估值范围小一些,  $n$  值最小是  $-4.3069$  (火卫一), 最大值为  $4.2524$  (海卫十三), 也基本保持对称. 图1展示了太阳系内各行星卫星的  $n$  值. 从图中可以看出以下特征: 首

先, 绝大部分卫星的轨道都在刚体洛希半径和希尔球极限内, 少数卫星如果是液态将位于洛希半径之内, 有被瓦解的风险; 其次, 巨行星, 包括气态巨行星和冰巨星的卫星的轨道呈两极分布, 大部分卫星趋于希尔半径, 小部分趋于洛希半径, 中间有个空带. 其中, 天王星和海王星的空带较大, 木星、土星的空带略小; 再次, 岩石行星地球和火星的卫星分别偏向一极.

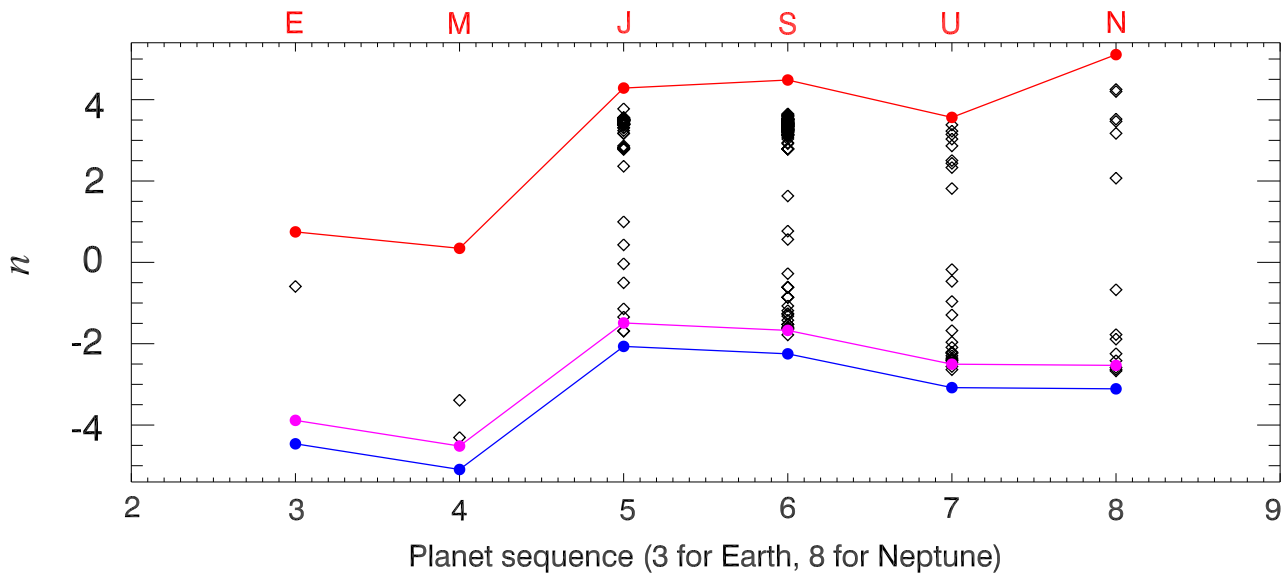


图1 太阳系各行星卫星的轨道参数  $n$  的分布(黑色菱形). 红色、蓝色、玫红色实线分别是以各行星希尔半径、刚体洛希半径和流体洛希半径计算出的  $n$  值. 最上方的字母E到N分别代表了地球到海王星等6颗有卫星的太阳系行星.

Fig.1 The distribution of  $n$  of the satellites of each solar system planet (the black diamonds). The solid lines represent the  $n$  values calculated using Hill sphere radius (red), the Roche radius for the rigid (blue) and fluid case (purple) of each planet. The 6 characters from E to N represent the 6 solar system planets with satellites from Earth to Neptune.

图2是太阳系巨行星卫星轨道参数  $n$  的直方分布图和轨道椭率  $e$  随  $n$  的散点图. 巨行星卫星轨道半长轴的两极分布在此图中也可明显看出. 其中, 木星和土星的卫星在远轨道更多,  $n > 2$  的卫星分别占各自总卫星数目的91.5%和83.6%. 天王星的  $n$  值峰值分布在  $-2.4$  左右,  $n$  值小于  $-2$  的卫星占据总数的44.4%, 在  $n = [0, 1]$  区间没有卫星. 海王星没有明显的峰值, 但  $n$  为正、负值分别有6个和8个卫星, 在  $-0.5$  与  $2$  之间没有卫星. 另一方面, 可以看到卫星轨道半长轴的极小值也在随着从木星到海王星向内移动, 移动幅度与洛希半径变化幅度一致. 以洛

希半径为单位, 木星到海王星卫星的最小半长轴分别是0.37、0.47、0.44和0.44.

太阳系各巨行星卫星的轨道半长轴普遍存在双极分布这一现象, 而且双极分布的区间也比较接近, 这说明其背后有同样的物理机制. 卫星轨道在远端接近希尔半径比较容易理解. 这些卫星都是不规则卫星, 其主要特征是偏心率高、倾角大, 大部分是逆行轨道, 因为质量偏小, 大部分形状不规则. 一般认为, 这些不规则卫星都曾经是太阳系小行星, 但被行星引力捕获到卫星轨道. 木星、海王星等的不规则卫星拥有同样的起源, 支持这一观点<sup>[5]</sup>. 另

一方面, 希尔半径同时也等于太阳-行星第1拉格朗日点L1或L2点距离恒星的距离, 而L1和L2点是太阳-行星平面里势能极小值点, 也是动力学比较稳

定的点, 因此卫星在此范围内趋近于希尔半径对应的轨道.

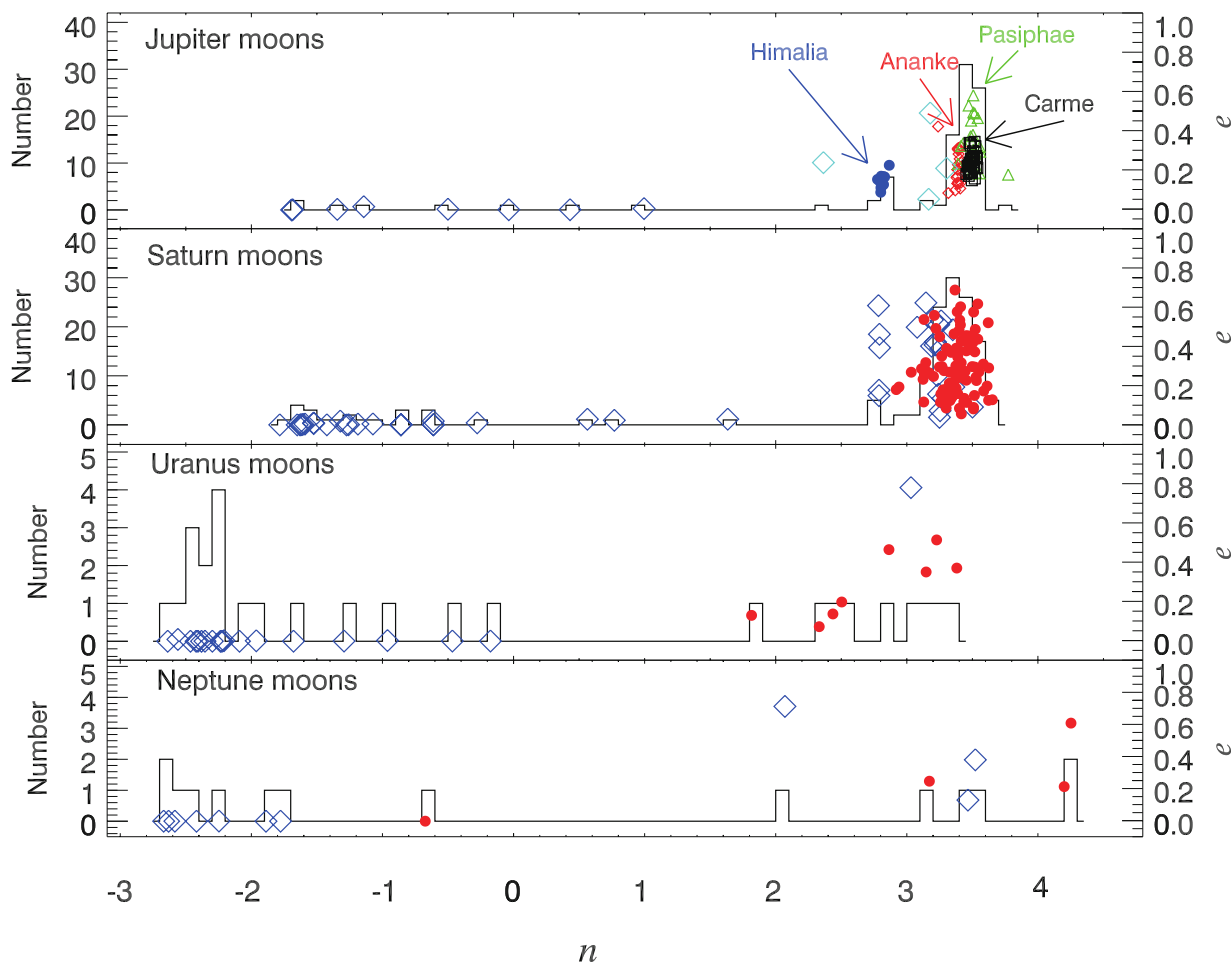


图 2 从上到下, 依次为木星、土星、天王星和海王星的卫星的轨道参数 $n$ 的直方图及偏心率分布图. 蓝色代表顺行卫星(倾角 $< 90^\circ$ ), 其他颜色代表逆行卫星(倾角 $> 90^\circ$ ).

Fig. 2 The histogram of  $n$  and the distribution of  $e$  of the satellites of Jupiter, Saturn, Uranus, and Neptune are shown from up to down, respectively, where the blue symbols represent prograde (inclination angle  $i < 90^\circ$ ), and the symbols in other colors represent retrograde ( $i > 90^\circ$ ) satellites, respectively.

根据现有理论, 太阳系巨行星的卫星一般形成于行星盘. 以木星为例, 木星从太阳星云捕捉部分质量到环行星盘为卫星形成提供物质, 质量大约为木星质量百分之二的环行星盘便足以形成目前的木星规则卫星, 这些卫星质量比较大, 且轨道短<sup>[6]</sup>. 早期形成的卫星因为盘的粘滞力向内迁移并渐渐

堕入木星, 之后木星会继续捕获太阳星云物质形成新一代的卫星<sup>[6]</sup>. 当目前这一代(可能为第5代)形成的时候, 环行星盘已经稀薄到不能对卫星的轨道造成影响, 因此轨道不会继续向内迁移<sup>[6]</sup>. 另一方面, 由于木星等巨行星自转都比其卫星公转快, 潮汐耗散会将恒星的角动量传递给卫星, 导致卫星轨

道向外迁移. 行星卫星丰富的平均运动共振以及高精度的卫星轨道数据提供了潮汐迁移的证据<sup>[7-8]</sup>, 尽管潮汐耗散率不足以解释测量到的轨道迁移速率, 但考虑到共振锁定因素, 可以很好地解释观测数据<sup>[9-10]</sup>. 作为对比, 太阳系外行星形成在雪线之外, 形成时如果恒星盘还未消散则可向内迁移到其主星附近<sup>[11]</sup>, 此机制可解释热木星的形成. 不过, 当恒星盘消散之后, 如果行星公转周期比恒星自转周期长, 那行星也应该有向外的迁移.

关于 $n$ 的分布, 从图2中还可发现,  $n$ 在远端存在两个独立的分布. 以木星卫星为例, 远端两个集中分布的平均值 $n = 3.46 \pm 0.09$ 和 $n = 2.81 \pm 0.03$ . 前者对应于木星卫星的帕西法尔(Pasiphae)群、安娜卡(Ananke)和加尔尼(Carme)群, 后者对应希玛利亚(Himalia)群. 图2中, 上述4个群分别用绿色、红色、黑色和蓝色符号表示. 我们发现, 前者偏心率更高, 轨道倾角 $165^\circ$ 左右, 是逆行轨道, 而后者偏心率在 $0.1-0.2$ 之间, 轨道倾角 $28^\circ$ 左右. 研究表明, 希玛利亚群的卫星大部分呈灰色, 可能是来自于小行星带的小行星瓦解之后的碎片<sup>[12]</sup>, 而帕西法尔群卫星颜色有明显的差异, 很可能是多次碰撞的结果<sup>[13]</sup>. 土星卫星也存在两个独立的分布, 平均值分别为 $n = 3.36 \pm 0.14$ 和 $n = 2.79 \pm 0.003$ , 对应于诺尔斯卫星(Norse)群和因纽特(Inuit)群. 与木星系统类似, 远离土星的群绝大部分是逆行轨道, 而接近行星的群主要是顺行轨道. 对于海王星, 似乎也存在两个集中分布, 分别位于 $n = 2.5$ 和 $3.1$ 的位置, 但因为卫星数目太少, 统计意义不大. 从木星到土星和海王星, 这两个分布都在向内移动.

需要注意的是, 太阳系行星卫星群的分类比上述讨论更复杂. 比如, 木星远端的集中分布, 实际包括了两个群, 它们的轨道半长轴、倾角和偏心率都略有不同, 可以用不同的参数形式分开拟合<sup>[14]</sup>.

### 3 卫星其他参数与卫星轨道半长轴的关系

图2除了展示太阳系卫星轨道参数 $n$ 的直方图, 还展示了卫星的偏心率散点分布, 其数值见右边的坐标轴. 其中, 蓝色代表顺行卫星, 红色代表逆行卫星. 可见偏心率在远轨道区间( $n > 2$ )都偏大, 且弥散较大, 而在近轨道端( $n < 0$ )区间, 偏心率都接近于0. 这也说明, 远端的不规则卫星很可能是行星捕获而来, 因此动力学状态高, 而距离行星较近的卫星应该是在行星盘中形成的.

为进一步研究卫星参数与轨道半长轴之间的跨行星关系, 图3展示了285颗太阳系天然卫星的轨道参数和物理参数随 $n$ 的散点分布图. 由左上子图可看出, 轨道偏心率分为两组, 远轨道高偏心率和中近轨道低偏心率. 高偏心率卫星均在 $n > 2$ 的区域, 尤其天卫二十三 $n = 3.03$ ,  $e = 0.812$ , 是天王星唯一的顺行不规则卫星. 低偏心率卫星均在 $n < 2$ 的区域, 尤其接近正圆轨道( $e \leq 0.0123$ )的37颗卫星均在 $n < 0$ 区间.

轨道倾角则分为3组, 远轨道高倾角、远轨道中倾角和中近轨道低倾角. 唯一特例是海卫一, 太阳系唯一的逆行轨道大型卫星, 其 $n = -0.67$ , 轨道倾角 $i = 156.9^\circ$ . 高倾角和中倾角之间( $55^\circ < i < 110^\circ$ )有一片空白区域, 不存在已知卫星, 一般认为与利多夫-古在机制(Lidov-Kozai mechanism)<sup>[15-16]</sup>有关. 该机制会引起轨道的近心点在一个常数值附近振荡, 从而引起轨道倾角和偏心率之间的互换. 因此, 接近圆形、高度倾斜的轨道可以变成大偏心率和较小倾角的轨道, 而偏心率增加导致近心距不断缩小. 因此, 轨道倾角高的卫星不能长时间稳定存在.

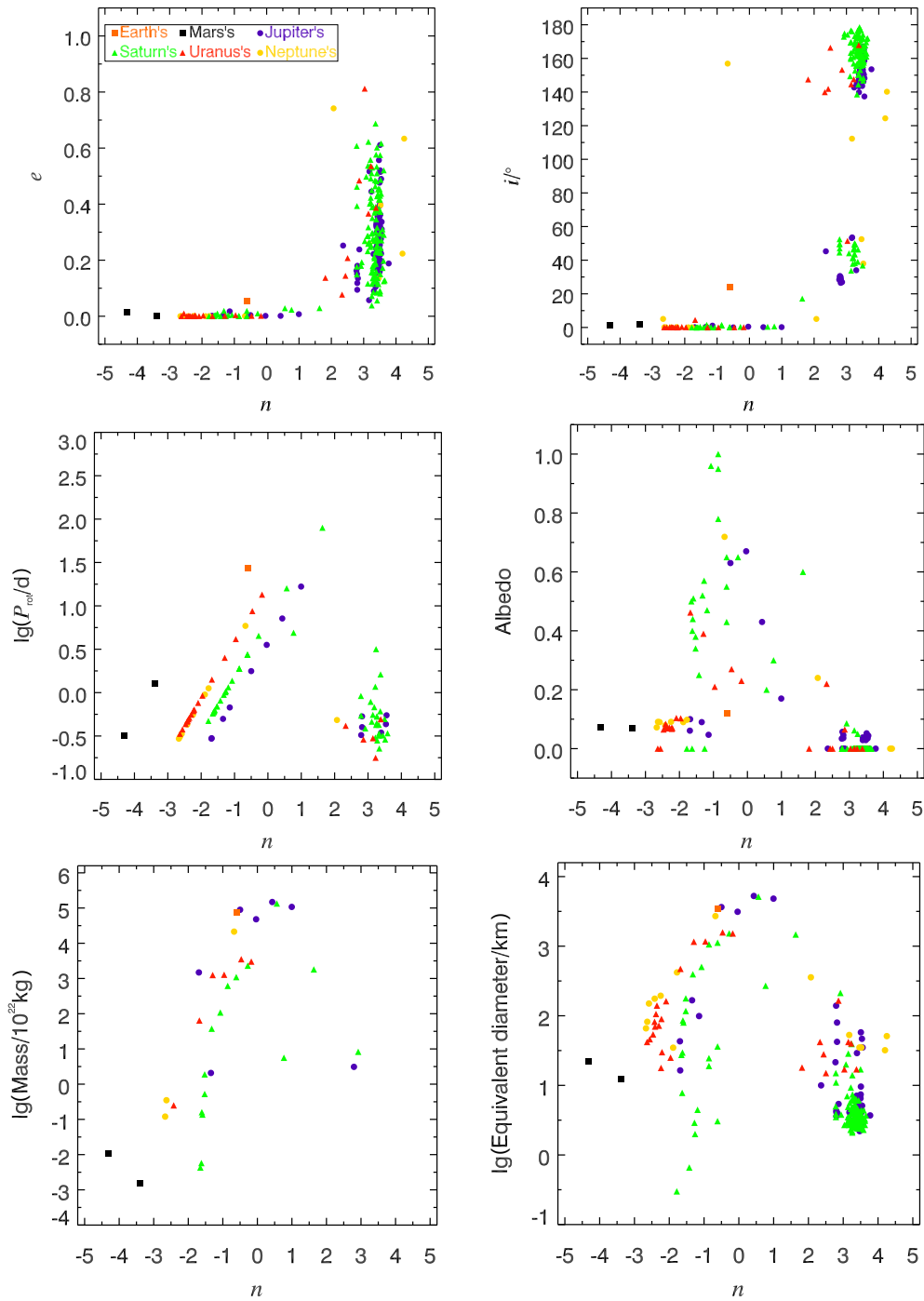


图 3 太阳系行星卫星轨道参数(偏心率和轨道倾角)和物理属性(卫星自转周期、反照率、质量、等体积球直径)与轨道参数 $n$ 的关系。不同颜色和形状的符号代表了来自不同行星的卫星,具体见左上角图例。

Fig. 3 The orbital parameters (eccentricity, inclination angle) and the physical parameters (rotational period, albedo, mass and equivalent diameter) of the solar system natural satellites against the orbit parameter  $n$ . The different symbols with various colors represent the moons from different planets, as illustrated in the upper-left panel.

图3的中间和下面4个子图展示了卫星自转周期、反照率、等体积球直径和质量均呈现“中间高两侧低”的特点,“中间”主要体现在 $-1 < n < 1$ 区域。

除了距离太阳比较近的水星和金星,太阳系其他行星自转速度都比较快,都在1 d左右. 其中最快的是木星,周期9h50min,最慢的是火星,周期24h37min. 而太阳系卫星自转速度分布范围很广,从火卫二的0.3 d到土卫八的79.5 d. 自转周期从大到小排名前12位的卫星分别为土卫八(79.5 d)、月球(27.3 d)、木卫四(16.7 d)、土卫六(15.9 d)、天卫四(13.5 d)、天卫三(8.7 d)、木卫三(7.2 d)、海卫一(5.9 d)、土卫七(4.9 d)、土卫五(4.5 d)、天卫二(4.1 d)、木卫二(3.6 d),除了土卫八其他卫星均在 $-1 < n < 1$ 区间. 因为自转周期覆盖范围广,在线性尺度下看不出细微的趋势,因此在图4中画出了卫星自转周期( $P_{\text{rot}}$ )与公转周期( $P_{\text{orb}}$ )比值的对数与 $n$ 的关系图. 可以看出,周期比值主要分布在两个区间:在 $n < 2$ 区间,周期比值接近1(对数值为0),而在 $n > 2$ 区间,周期比值在 $[10^{-3}, 10^{-5}]$ 范围. 由此可见,自转周期在中间位置最高,很有可能是这些卫星都和其对应行星潮汐锁定,因此自转周期与公转周期接近,导致自转周期随轨道半长轴增加而增加. 而 $n > 2$ 的卫星自转都很快,再次印证这些不规则卫星的俘获起源.

目前为止,共有73颗卫星有反照率数据,其中反照率从大到小的前9颗卫星分别是:土卫十三(1)、土卫二(0.96)、土卫十四(0.95)、土卫三(0.78)、海卫一(0.72)、木卫二(0.67)、土卫五(0.65)、土卫四(0.65)、木卫一(0.63),轨道参数均在 $-1.1 < n < 0$ 之间. 中等反照率(0.1~0.6)的28颗卫星依然占据轨道参数 $n$ 的中间区域( $-2.01 < n < 2.34$ ),反照率小于0.1的36颗卫星则分布于两端( $-4.31 < n < -1.14$ 和 $2.77 < n < 3.56$ ). 反照率是卫星静态物理属性,本应与卫星半长轴无关. 对此,我们认为,一方面,这些高反照率卫星接近规则球体,且部分卫星的表面主要是水冰,因此反照率高. 另一方面,离行星比较近的卫星因为受行星潮汐作用影响,表面平整度不高,而位于远端的不规则卫星也同样如此,因此位于两端的卫星反照率都偏低甚至接近

于0. 不过,我们暂时不能排除观测的选择效应,一些位于中间轨道的卫星因为反照率太低因此很暗,所以很难测得较为准确的反照率.

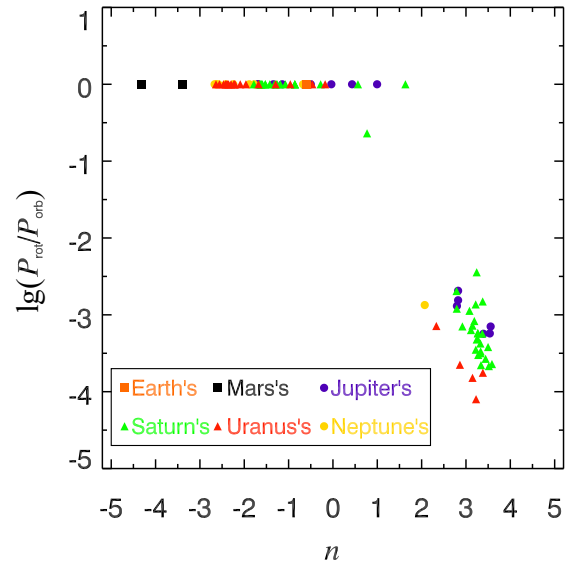


图4 太阳系行星卫星自转周期和轨道周期之比与轨道参数 $n$ 的关系. 不同颜色和形状的符号代表来自不同行星的卫星,具体见左下角图例.

Fig. 4 The rotational-to-orbital period ratio of the solar system natural satellites against the orbit parameter  $n$ . The different symbols with various colors represent the moons from different planets, as illustrated in the lower-left of the figure.

对于卫星质量和半径,因为卫星尤其是规则卫星的密度差别不大,因此直径和质量的趋势非常接近. 卫星质量的测量非常难,只能通过动力学方法获得,因此在这285颗卫星中,只有41颗有质量测量数据. 因此这里主要讨论直径. 位于中间位置的卫星质量和直径大、两边小,其中等体积球直径排名前10位的卫星依次是( $M_{\oplus}$ 代表地球质量):木卫三(5266 km,  $0.025 M_{\oplus}$ )、土卫六(5150 km,  $0.023 M_{\oplus}$ )、木卫四(4821 km,  $0.018 M_{\oplus}$ )、木卫一(3643 km,  $0.015 M_{\oplus}$ )、月球(3474 km,  $0.012 M_{\oplus}$ )、木卫二(3122 km,  $0.008 M_{\oplus}$ )、海卫一(2707 km,  $0.004 M_{\oplus}$ )、天卫三(1578 km,  $0.0006 M_{\oplus}$ )、土卫五(1528 km,  $0.0003 M_{\oplus}$ )、天卫四(1523 km,  $0.0005 M_{\oplus}$ ),轨道参数均在 $-1 < n < 1$ 之间,它们也是质量最大的10颗卫星. 这10颗卫星分属于5个不同的行星系,除地球外都是多卫星系统,可以看出这一



规律对各卫星系都成立. 这样的现象可以理解: 一方面, 处于远端轨道的不规则卫星一般是从太阳系小天体或其碎片捕获而来, 因此都很小; 另一方面, 非常靠近行星的卫星也都很小, 它们可能形成时较小, 也可能是巨行星的潮汐力瓦解较大卫星之后形成的. 太阳系行星最内侧卫星的形成现在并未定论. 值得一提的是, 太阳系行星的质量和直径分布也是中间高两边低.

综上, 太阳系的6个卫星系统具有一些共性特征, 主要归纳为:  $n = 0$ 附近的卫星的直径和质量都比较大, 自转慢、反照率高; 在  $n = 3.5$ 附近主要是不规则卫星, 偏心率和倾角都比较大. 这说明尽管这6颗行星性质各不相同, 卫星也多种多样, 但卫星的形成和演化机制应相同或类似. 可能还有其他共性特征有待研究, 例如  $n = 0.07$ 的木卫二是太阳系中已知最光滑的天体, 缺乏山脉和陨石坑等大规模特征, 而其他  $n$ 绝对值较小的卫星也都比较光滑. 位于此区域的卫星受行星潮汐作用小, 且都还是规则卫星, 因此保持较好的球形. 不过, 由于缺乏系统的数据, 在本文中不展开讨论.

我们也尝试采用与行星相关的参数, 比如行星半径或行星希尔半径作为分母对卫星轨道进行归一化, 二者得到的轨道参数分别为  $n_r$  和  $n_H$ . 图5展示了卫星轨道的偏心率随  $n_r$  和  $n_H$  的分布. 从图中可以看到, 卫星轨道的分区现象仍然存在, 但是不同卫星系之间的轨道参数分布有一定的偏移. 以卫星轨道偏心率为例, 参见图3左上图和图2, 卫星主要集中分布在  $n \sim 3.2$ 附近, 而且木卫和土卫的外轨道卫星的  $n$  值非常接近. 对于  $n > 3$ 的201颗卫星,  $n$ 的弥散(标准偏差)只有0.15. 而由图5可见, 采用轨道参数  $n_r$  和  $n_H$  时, 卫星分布较为弥散, 尤其是采用  $n_H$  时, 土卫和木卫存在明显的分离. 类似的, 对于  $n_r > 5.55$ 的201颗卫星,  $n_r$ 的标准偏差为0.25, 而对于同样一组卫星,  $n_H$ 的标准偏差为0.20. 不仅如此, 轨道参数在近轨道端也存在类似的趋势, 即:  $n_r$  和  $n_H$  比  $n$  更为弥散. 因此, 以太阳半径为分母的轨道参数  $n$  比以行星半径以及行星希尔半径为分母的轨道参数  $n_r$  和  $n_H$  更适用于本工作, 它可以更好地把太阳系不同卫星系统统一起来, 更利于开展太阳系

卫星的共性研究.

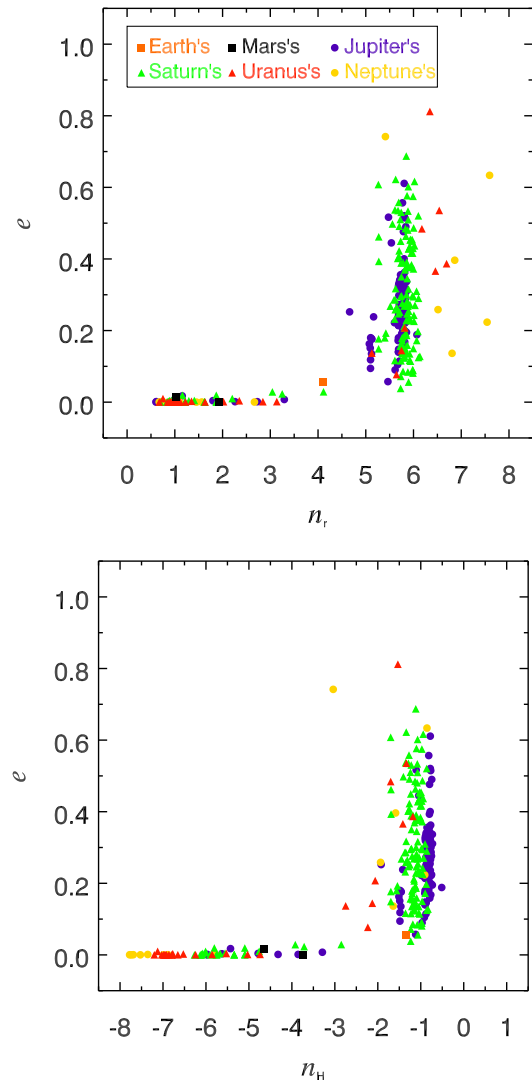


图5 太阳系天然卫星偏心率与轨道参数  $n_r$  和  $n_H$  的关系. 不同符号代表来自不同行星的卫星, 具体见上图左上角的图例.

Fig. 5 The eccentricities of the solar system natural satellites against the orbit parameter  $n_r$  and  $n_H$ . The different symbols with various colors represent the moons from different planets, as illustrated in upper-left of the upper panel.

## 4 太阳系外卫星候选体

截止2023年9月20日, 人类已发现5523余颗太阳系外行星<sup>5</sup>. 太阳系已发现285颗卫星, 系外行星

<sup>5</sup><https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu>



也应拥有大量卫星<sup>[1]</sup>, 不过迄今为止没有认证的系外卫星, 主要因为卫星信号太弱, 而且会淹没在行星信号之中. 当前主要采用凌星透射光谱法、直接成像法、微引力透镜法、凌星法等方法发现了一些系外卫星候选体. 现将其中争议较小的候选体<sup>[17-27]</sup>数据整理在表2中, 并以此为基础开展讨论, 其中 $M_J$ 为木星质量. 具有明显争议的候选体没有包括在本工作中. 例如, Fox等<sup>[28]</sup>利用凌星时间变化(Transit Time Variation, TTV)方法发现有8个Kepler系统中可能存在卫星, 而Kipping<sup>[29]</sup>针对其中6个源开展了独立的分析, 认为它们不大可能是

卫星. 因此, 本工作没有包括这些候选卫星.

从表2中可以看出, 系外卫星候选体的 $n$ 值分布范围与系内卫星一致, 最大值为4.53, 最小为-2.10. 其中, 卫星的质量也是在 $-1 < n < 1$ 区间较大, 其他区间较小. 其中, 卫星候选者Kepler-1625b-i的 $n = 1$ , 质量为地球的19倍, 卫星候选体Kepler-1708b-i的 $n = -0.04$ , 质量约是地球的37倍, 半径是地球的2.6倍, 卫星候选体WASP-12b-i的 $n = -0.35$ , 质量是地球的0.57-6.4倍, 半径是地球的6.4倍. 这些卫星普遍比太阳系内卫星大, 可能主要因为观测选择效应, 只有最大的卫星才可能被观测到.

表 2 候选系外行星卫星系统参数  
Table 2 Parameters of exoplanetary systems with candidate moons

Name	$n$	Radius		Mass			Semi-major axis	
		star	Hill sphere	star	planet	satellite	planet	satellite
		$/R_\odot$	$/a_u$	$/M_\odot$	$/M_J$	$/M_\oplus$	$/a_u$	$/a_u$
WASP-76b-i	-2.10	1.73	0.00193	1.46	0.92	$\sim 0.015$	0.033	0.00098
WASP-49b-i	-1.65	1.038	0.00209	0.72	0.378	$\sim 0.015$	0.0379	0.00093
WASP-121b-i	-1.42	1.458	0.00166	1.353	1.184	$\sim 0.015$	0.0254	0.00164
HD189733b-i	-1.21	0.805	0.00235	0.846	1.162	$\sim 0.015$	0.031	0.00112
WASP-12b-i	-0.35	1.657	0.00161	1.434	1.47	0.57-6.4	0.0234	0.00545
Kepler-1708b-i	-0.04	1.117	0.1808	1.088	4.6	$< 37$	1.64	0.005
HD189733b-ii	0.84	0.805	0.00235	0.846	1.162		0.031	0.0087
Kepler-1625b-i	1.01	1.73	0.14896	1.04	11.6	19	0.98	0.022
J1407b-i	4.02	0.93	0.74333	0.9	20	$< 0.3$	3.9	0.24
J1407b-ii	4.06	0.93	0.74333	0.9	20	$< 0.3$	3.9	0.25
J1407b-iii	4.53	0.93	0.74333	0.9	20	$< 0.3$	3.9	0.4

特别值得注意的是, 在这11颗系外卫星候选体中, 绝大部分轨道在行星希尔球之内, 但是HD 189733b-ii和WASP-12b-i的轨道半长轴显著大于行星的希尔半径, 意味着这些卫星(如果真实存在)可能已经处于脱离行星引力的过程, 其动力学参数应该有明显的时变. 因此, 这两颗系外卫星候选体值得后续的观测研究.

## 5 结论

太阳系行星除了水星和金星, 其他六大行星都有卫星, 这些行星性质不同, 它们的卫星也多种多样. 以往对这些卫星的研究一般是针对某个卫星系甚至是某一个卫星系中的一个或多个卫星群展开. 考虑到太阳的引力在太阳系内占据绝对主导地位, 本文提出了一个与行星性质无关只与恒星性质有关的轨道参数 $n$ , 即以恒星半径归一化后的卫星轨道半长轴的对数值. 我们发现, 各大行星的卫星

的 $n$ 值存在两极分布, 两边卫星多, 中间卫星极少, 存在明显的空白区域. 对于气体巨行星木星和土星, 其靠近外围的卫星数量上占比超过80%, 且还存在至少两个集中分布,  $n$ 值分别在3和3.5附近, 前者大部分卫星偏心率较高且顺行, 后者偏心率更高且逆行. 两颗冰巨星的卫星主要分布在靠近洛希半径那一侧.

卫星轨道的两极分布可以由其形成和演化理论解释. 首先, 内部卫星主要诞生于环行星盘, 且可能已经历多次卫星形成-向内迁移-坠入行星的循环<sup>[6]</sup>. 在环行星盘消散之前, 盘的粘滞力导致卫星向内迁移, 盘消散后, 由于木星等巨行星比其卫星公转快, 潮汐作用导致卫星向外迁移. 因此, 位于中间的卫星应有部分由内部卫星向外迁移而来, 但迁移时标与轨道长度的 $11/2$ 次方成反比, 所以轨道越远迁移越慢, 这使得位于此区间的卫星数目比较少. 例如土卫六Titan应该形成于内轨道并迁移到现在的轨道<sup>[10]</sup>, 其迁移时标大约100亿年. 如果没有潮汐共振, 迁移时标会更长. 外部卫星主要是俘获的来自于小行星带的小行星或其瓦解后的碎片, 它们原本的动力学性质相似, 因此轨道比较集中<sup>[6]</sup>. 值得一提的是, 尽管木星的半径和质量分别是土星的半径和质量的1.2倍和3.34倍, 远轨道木卫和土卫的轨道参数 $n$ 分布很相似, 似乎暗示二者有相似的外部起源. 按照上述规律, 海王星应该还有不少远轨道卫星尚未被发现.

以轨道参数 $n$ 为横轴, 我们分析了轨道偏心率、轨道倾角、卫星自转周期、反照率、直径和质量分布. 我们发现, 轨道偏心率在 $n < 1$ 时基本为0, 在 $n > 2$ 区间都比较大, 大部分集中在 $3 < n < 4$ 区间, 偏心率在此区间的最可几值是0.25. 轨道倾角有3个区间分布,  $n \leq 1$ 区间倾角基本为0, 在 $n > 2$ 区间, 倾角分为两部分, 一部分在 $20^\circ$ – $60^\circ$ 之间, 是顺行轨道, 更多的卫星在 $140^\circ$ – $180^\circ$ 之间, 是逆行轨道.

卫星的物理参数包括自转周期、反照率、直径和质量都一致呈现了中间高、两头低的分布, 其中自转周期的趋势主要是因为短周期卫星基本都与其母行星潮汐锁定, 因此自转周期随轨道周期线性增长, 而外围的不规则卫星没有潮汐锁定, 因此周期比较短. 后面3个参数的变化主要反映了行星质

量在 $-1 < n < 1$ 区间最大, 因此直径最大, 且既不受行星潮汐力过多影响, 本身质量也足够大因此足够平滑.

总而言之, 太阳系分属6颗行星的285颗卫星整体呈现一致的趋势, 太阳系外卫星在质量分布方面也遵循类似的趋势. 卫星的形成和演化在太阳系6颗行星及目前已知的系外卫星系统里应该相同或者类似. 更多太阳系内卫星和系外卫星的数据将有助于更好地理解卫星的形成和演化.

**致谢** 感谢审稿人提出的宝贵建议, 使得文章质量有了显著提高. 感谢NASA数据库和Johnston数据库的协助.

## 参 考 文 献

- [1] Canup R M, Ward W R. *Nature*, 2006, 441: 834
- [2] Mamajek E E, Prsa A, Torres G, et al. *arXiv*, 2015, 1510.07674
- [3] Hamilton D P, Burns J A. *Icar*, 1992, 96: 43
- [4] 刘林, 赵长印. *紫金山天文台台刊*, 1993, 12: 37
- [5] Sheppard S S, Trujillo C A. *Science*, 2006, 313: 511
- [6] Canup R M, Ward W R. *Origin of Europa and the Galilean Satellites*// Pappalardo R T, McKinnon W B, Khurana K K. *Europa*. Tucson: University of Arizona Press, 2009: 59-120
- [7] Murray C D, Dermott S F. *Solar System Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999
- [8] Lainey V, Jacobson R A, Tajeddine R, et al. *Icar*, 2017, 281: 286
- [9] Fuller J, Luan J, Quataert E. *MNRAS*, 2016, 458: 3867
- [10] Lainey V, Casajus L G, Fuller J, et al. *NatAs*, 2020, 4: 1053
- [11] D'Angelo G, Lubow S H. *ApJ*, 2008, 685: 560
- [12] Grav T, Holman M J, Gladman B J, et al. *Icar*, 2003, 166: 33
- [13] Sheppard S S, Jewitt D C. *Nature*, 2003, 423: 261
- [14] Gao F B, Zhu X H, Liu X. *AdAst*, 2018, 1894850
- [15] Lidov M L. *P&SS*, 1962, 9: 719
- [16] Kozai Y. *ApJ*, 1962, 67: 591
- [17] Sutton P J. *MNRAS*, 2019, 486: 1681
- [18] Ben-Jaffel L, Ballester G E. *ApJ*, 2014, 785: 30
- [19] Oza A V, Johnson R E, Lellouch E, et al. *ApJ*, 2019, 885: 168
- [20] Keles E, Mallonn M, von Essen C, et al. *MNRAS*, 2019, 489: 37
- [21] Gebek A, Oza A V. *MNRAS*, 2020, 497: 5271
- [22] Timmermann A, Heller R, Reiniers A, et al. *A&A*, 2020, 635: 59
- [23] Teachey A, Kipping D M. *SciA*, 2018, 4: 10

- [24] Kipping D, Bryson S, Burke C, et al. *NatAs*, 2022, 6: 367
- [25] Johnson R E, Huggins P J. *PASP*, 2006, 118: 1136
- [26] Seidel J V, Ehrenreich D, Wytttenbach A, et al. *A&A*, 2019, 623: 166
- [27] Hoeijmakers H J, Seidel J V, Pino L, et al. *A&A*, 2020, 641: 123
- [28] Fox C, Wiegert P. *MNRAS*, 2021, 501: 2378
- [29] Kipping D. *ApJL*, 2020, 900: 44

## Statistical Study of the Planetary Satellites in the Framework of a Planet-irrelevant Orbit Parameter

WANG Ji-fei    WANG Wei

(Key Laboratory of Optical Astronomy, National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101)

**ABSTRACT** Currently, 285 natural satellites orbiting the eight solar system major planets have been discovered, exhibiting a wide range of orbital and physical properties. Most previous studies of natural satellites focus only on satellites of one particular planet, or one satellite group. This paper introduces a new orbital parameter, denoted as “ $n$ ”, which is independent of planetary characteristics but dependent on stellar parameter. It is defined as the natural logarithm of the semi-major axis of the orbit in units of the solar radius. It is found that moons of the different planets all exhibit a bimodal distribution of  $n$  values, with the majority falling within the  $n \gtrsim 2$  range, followed by a smaller number within the  $n \lesssim -1$  range, and very few located in the intermediate region. Analysis of satellite physical parameters and orbital parameters with respect to  $n$  reveals common features among satellites of the six major planets. Firstly, satellites with high orbital eccentricity and inclination tend to have  $n$  values around 3.5, and they are irregular satellites of the giant planets. Secondly, satellites with  $n$  values between  $-1$  and  $1$  are typically characterized by large volume, high mass, high albedo, and slow rotation rates. In addition, we identified 11 candidate exomoon candidates from the literature and found that massive ones also tend to fall within the  $-1 < n < 1$  range, with less massive ones in other ranges. These consistent patterns suggest that the formation mechanisms of satellites in the solar system for different planets and for the potential exomoons may share similar formation mechanism.

**Key words** planets and satellites: fundamental parameters, planets and satellites: formation, planets and satellites: dynamical evolution and stability, protoplanetary disks, exomoon